

Interpretation of the Spatial Structure of COD k^1 – k^4 CQSO

MI-Based Space Geometry and Spin Hierarchy of the Complex Quaternionic Spherical Oscillator

Abstract

This study proposes a unified spatial interpretation of the k^1 – k^4 hierarchy of the Complex Quaternionic Spherical Oscillator (CQSO) within Complex Oscillator Dynamics (COD). The analysis begins from a time-independent phase-equilibrium viewpoint in which physical motion is treated fundamentally as MI-preserving oscillation rather than as displacement along an externally imposed time axis. Space is consequently proposed not as an empty container pre-existing independently of physical existence, but as a directional and relational structure realized through the isotropic organization of Dimensional Primitives (DPs) generated by CQSO oscillation.

Within this framework, k^1 – k^4 represent distinct organizational and closure regimes of the same CQSO phase geometry. k^1 denotes the isotropic phase-equilibrium structure of a self-consistent CQSO and provides the basic relational geometry of space and the long-term coherent existence unit. k^2 introduces an intrinsic radial phase gradient and recursive directional alignment, providing a concise structural interpretation of light as a propagative phase mode rather than as an independently transported object. k^3 represents noncommutative phase condensation and quaternionic 4π closure, through which mass individuality and its intrinsic spin structure emerge. k^4 is proposed as a higher-order complete MI-closure regime of the CQSO, associated with extreme phase-field closure.

The k^4 structure is further connected to the $\sqrt{3}$ phase geometry through

$$r_0 = \sqrt{3} \, r_s$$

and

$$r_s = r_0/\sqrt{3},$$

where r_0 denotes the k^3 phase radius and r_s the further contracted closure radius. In the proposed interpretation, the $\sqrt{3}$ transformation represents a transition from three-directional quaternionic phase organization to a more strongly closed radial state.

The resulting hierarchy is

33 k^1 : isotropic equilibrium $\rightarrow$ Space
 34 k^2 : radial phase gradient $\rightarrow$ Light / propagation
 35 k^3 : noncommutative phase condensation $\rightarrow$ Mass / Spin
 36 k^4 : complete MI closure $\rightarrow$ Extreme closure regime
 37 and
 38 k^1 – k^4 integrated organization $\rightarrow$ Cosmos.
 39 The central proposition is that space, light, mass, spin, and extreme closure need not be
 40 introduced as fundamentally unrelated physical categories. They may instead be interpreted
 41 as distinct organizational regimes of a common time-independent, MI-preserving CQSO
 42 geometry.

43

44 1. Introduction

45 Conventional physical descriptions generally begin by assuming a spatial manifold and then
 46 describing particles, fields, radiation, and rotational degrees of freedom within that manifold.

47 COD reverses this explanatory order.

48 The fundamental physical entity is proposed to be the Complex Quaternionic Spherical
 49 Oscillator,

$$50 \mathcal{Q}_C = Z_0 + Z_1 i + Z_2 j + Z_3 k, (1)$$

51 where

$$52 Z_a = A_a e^{i(\Phi_a)} \in \mathbb{C}. (2)$$

53 The quaternionic bases satisfy

$$54 i^2 = j^2 = k^2 = -1, (3)$$

$$55 ij = k, jk = i, ki = j,$$

$$56 ji = -k, kj = -i, ik = -j. (4)$$

57 The physical state is therefore not merely an amplitude located at a point. It contains
 58 amplitude, phase, directional freedom, and noncommutative orientational relations.

59 The basic time-independent condition is expressed as phase equilibrium under Multiplicative
60 Invariance (MI):

$$61 \quad R_MI[Q_C] = 0. \quad (5)$$

62 For a multi-oscillator structure, a representative phase-equilibrium condition may be written
63 as

$$64 \quad \sum_j K_{ij} \sin(\Phi_j - \Phi_i) = 0. \quad (6)$$

65 The fundamental motion is therefore represented as

66 **Motion = MI-preserving oscillation.** (7)

67 This study asks what spatial structures follow when the same CQSO is organized at
68 progressively different phase-geometric levels.

69 The proposed answer is the k^1 – k^4 hierarchy.

70

71 **2. COD Definition of Space**

72 COD does not begin by assuming space as an independently existing empty container.

73 Instead:

74 Space is proposed not as an empty container pre-existing independently of the CQSO, but as
75 a directional and relational structure realized through the formation of isotropic Dimensional
76 Primitives by MI-preserving oscillation of the CQSO.

77 Thus,

78 $\text{Space} \neq \text{pre-existing empty container.}$ (8)

79 Rather,

80 $\text{Space} = \text{isotropic relational organization of MI-preserving DPs.}$ (9)

81 Let three normalized directional primitives be

$$82 \quad \hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3,$$

83 with

$$84 \quad \|\hat{e}_1\| = \|\hat{e}_2\| = \|\hat{e}_3\| = 1, \quad (10)$$

85 and represent them quaternionically as

86 $\hat{e}_1 \leftrightarrow i,$

87 $\hat{e}_2 \leftrightarrow j,$

88 $\hat{e}_3 \leftrightarrow k. (11)$

89 Their isotropic resultant satisfies

90 $\|i + j + k\| = \sqrt{3}. (12)$

91 Thus three-dimensional spatial structure is interpreted as the isotropic relational organization
92 of the directional freedoms generated and maintained by CQSO phase equilibrium.

93 This gives the common basis for the entire hierarchy:

94 CQSO MI-preserving oscillation

95 $\rightarrow$ Dimensional Primitive

96 $\rightarrow$ directional organization

97 $\rightarrow$ spatial structure. (13)

98 The distinction among k^1 – k^4 is then not the existence of four independent spaces, but the
99 organization and closure order of the same underlying CQSO geometry.

100

101 **3. k^1 — Isotropic Equilibrium CQSO**

102 **3.1 Isotropic phase organization**

103 The k^1 mode represents the most elementary spatial organization of the CQSO.

104 No persistent directional phase gradient is selected. The available directional primitives
105 maintain an isotropic phase-equilibrium relation:

106 $DP_1 \oplus DP_2 \oplus DP_3 \rightarrow$ isotropic closure. (14)

107 Its basic closure is represented as

108 $k^1: 2\pi = 360^\circ. (15)$

109 The 2π notation here does not primarily denote a rigid body completing one mechanical
110 revolution. It denotes a complete cycle of the isotropically organized phase relation.

Accordingly,

k^1 = isotropic phase-equilibrium oscillatory structure.

3.2 Long-term coherent existence unit

A CQSO satisfying MI and phase equilibrium can maintain its relational identity through continued oscillation without requiring the absence of internal motion.

Thus,

Equilibrium $\neq$ no oscillation. (16)

Rather,

Equilibrium = self-consistent oscillatory closure. (17)

This provides the proposed physical basis of a long-term coherent existence unit.

Its persistence is not defined by static immobility but by preservation of its invariant phase relations:

$I_{MI'} = I_{MI}$. (18)

The k^1 CQSO may therefore be regarded as the minimal coherent relational unit from which spatial organization can be constructed.

In compact form,

$k^1 \rightarrow$ isotropic equilibrium $\rightarrow$ coherent existence $\rightarrow$ Space.

4. k^2 — Radial Phase-Gradient CQSO and the Essence of Light

The k^2 mode arises when the isotropic k^1 structure acquires a locally preferred phase relation.

Let

$\Psi = Ae^{i\Phi}$. (19)

A local complex-state modulation gives

136 $\Psi \rightarrow \Psi' = A'e^{i\Phi'}$. (20)

137 A nonuniform phase relation then produces

138 $\nabla\Phi \neq 0$. (21)

139 The phase gradient establishes directional preference among the otherwise isotropic DPs.

140 Under MI constraint,

141 $MI + \nabla\Phi \rightarrow DP_{\text{radial}}$. (22)

142 The selected relation can then be recursively aligned through neighboring CQSO states:

143 $CQSO_n \rightarrow CQSO_{n+1} \rightarrow CQSO_{n+2} \rightarrow \dots$ (23)

144 without requiring the entire local oscillator itself to be transported along the propagation path.

145 Thus k^2 is defined as

146 **$k^2 = \text{radial recursive phase-gradient organization}$.**

147 Its basic phase cycle remains

148 $k^2: 2\pi = 360^\circ$, (24)

149 but unlike k^1 ,

150 $k^1 \rightarrow \text{isotropic equilibrium}$,

151 whereas

152 $k^2 \rightarrow \text{directional phase gradient}$.

153 Accordingly, the essence of light is proposed concisely as:

154 **Light is the recursive radial phase alignment of local CQSO states along an MI-**
155 **constrained directional phase gradient.**

156 Or,

157 **Radial recursive organization of DP $\rightarrow$ Light / Propagation.** (25)

158 In this interpretation, light is not fundamentally an object crossing an independently empty
159 space. It is a propagative organizational mode of the same CQSO network that constitutes
160 spatial relations.

5. k^3 — Phase-Equilibrium Condensate CQSO

A qualitative transition occurs at k^3 .

The directional primitives are no longer only isotropically balanced or radially propagated.
They become **sequentially organized**.

Quaternionic multiplication gives

$$ij = k,$$

$$ji = -k, \quad (26)$$

and therefore

$$ij \neq ji. \quad (27)$$

Sequential directional organization consequently introduces orientation:

Direction
→ ordered direction
→ noncommutativity
→ orientation
→ handedness. (28)

The corresponding normalized quaternionic state may be written as

$$q(\theta) = \cos(\theta/2) + \mathbf{n} \sin(\theta/2), \quad (29)$$

where

$$\mathbf{n}^2 = -1,$$

$$\|\mathbf{n}\| = 1. \quad (30)$$

It follows that

$$q(0) = q_0,$$

$$q(2\pi) = -q_0,$$

$$q(4\pi) = q_0. \quad (31)$$

Thus,

187 $q(\theta + 2\pi) = -q(\theta),$

188 $q(\theta + 4\pi) = q(\theta).$ (32)

189 The first 2π progression reaches the antipodal state; complete quaternionic state identity is
190 restored at

191 $4\pi = 720^\circ.$ (33)

192 Accordingly,

193 **k^3 = organized noncommutative phase condensation and 4π closure.**

194 This provides two closely connected physical manifestations:

195 Mass = phase-equilibrium condensate individuality.

196 Spin = intrinsic orientational closure of that noncommutative condensate.

197 Thus,

198 **$k^3 \rightarrow$ noncommutative condensation $\rightarrow$ Mass / Spin.**

199 Mass and spin are therefore not introduced here as unrelated properties. Mass represents the
200 self-closed phase condensate, whereas spin characterizes its noncommutative orientational
201 closure.

202

203 **6. k^4 — Complete MI Closure of the CQSO**

204 The k^4 mode represents the proposed higher-order closure regime of the CQSO.

205 Whereas k^3 establishes a self-consistent noncommutative individuality, k^4 represents a further
206 condition in which the phase structure approaches complete MI closure:

207 $R_MI \rightarrow 0,$ (34)

208 $\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0,$ (35)

209 $I_MI =$ invariant. (36)

210 Thus,

211 **k^4 = complete noncommutative MI closure.**

212 Within the proposed COD hierarchy, this regime is assigned

213 k^4 : $6\pi = 1080^\circ$. (37)

214 This 6π relation should be distinguished from the standard quaternionic 4π identity. Equation
215 (37) is not obtained from Eq. (32) alone; it represents a proposed higher-order CQSO–MI
216 closure condition and therefore requires an additional MI-geometric closure relation beyond
217 ordinary unit-quaternion periodicity.

218 This distinction is essential:

219 $4\pi \rightarrow$ quaternionic orientational self-closure,

220 $6\pi \rightarrow$ proposed complete CQSO–MI closure. (38)

221

222 **7. $\sqrt{3}$ Phase-Field Contraction and the k^3 – k^4 Relation**

223 The transition from the k^3 phase-equilibrium condensate toward the k^4 complete-closure
224 regime can be represented by the $\sqrt{3}$ geometry of the three directional quaternionic
225 components.

226 For isotropic three-axis organization,

227 $\|i + j + k\| = \sqrt{3}$. (39)

228 Let r_0 denote the characteristic phase radius of the k^3 CQSO condensate and r_s the
229 corresponding contracted closure radius associated with the k^4 regime.

230 The proposed relation is

231 $r_0 = \sqrt{3} r_s$. (40)

232 Equivalently,

233 $r_s = r_0/\sqrt{3}$. (41)

234 Thus the contraction factor is

235 $r_s/r_0 = 1/\sqrt{3}$. (42)

236 Equation (40) can be interpreted geometrically as the relation between a three-directionally
237 organized quaternionic phase radius and its more completely closed radial representation.

238 The $k^3 \rightarrow k^4$ structural transition is therefore represented as

239 k^3 : r_0
 240 $\rightarrow \sqrt{3}$ phase-field contraction
 241 $\rightarrow k^4$: $r_s = r_0/\sqrt{3}$. (43)

242 If the closure radius is identified with the Schwarzschild-scale expression,

243 $r_s = 2GM/c^2$, (44)

244 then

245 $r_0 = \sqrt{3}(2GM/c^2)$
 246 $= 2\sqrt{3} GM/c^2$. (45)

247 Conversely,

248 $r_s = (1/\sqrt{3})r_0$. (46)

249 The physical interpretation proposed here is not that the $\sqrt{3}$ factor is an arbitrary numerical
 250 correction. It arises from the three-directional quaternionic geometry,

251 $\|i + j + k\| = \sqrt{3}$,

252 and therefore represents a possible geometric bridge between the k^3 three-directionally
 253 organized phase condensate and the k^4 radially closed regime.

254

255 **8. Black-Hole Field as a Local Exemplar of the** 256 **General CQSO Structure**

257 The k^4 regime should not be interpreted as an isolated object disconnected from its
 258 surrounding field.

259 The general cosmic structure contains the integrated hierarchy

260 $k^1 \rightleftharpoons k^2 \rightleftharpoons k^3 \rightleftharpoons k^4$. (47)

261 A local black-hole configuration may therefore be interpreted as a strongly closed realization
 262 of this general organization.

263 Accordingly,

264 Local black-hole field
 265 $=$ localized integrated k^1 – k^4 CQSO manifold. (48)

266 The core is then

267 Black-hole core

268 = domain in which complete MI closure becomes dominant. (49)

269 Thus,

270 Core $\neq$ isolated entity separated from field. (50)

271 Rather,

272 Core + connected local field

273 $\rightarrow$ one self-consistent CQSO closure structure. (51)

274 The black-hole core and its continuously connected local field may therefore be regarded as a

275 local structural exemplar of the more general CQSO organization of cosmic space.

277 **9. The General k^1 – k^4 Spatial Hierarchy**

278 The complete structure can now be summarized as follows.

Mode	MI–DP Organization	Phase Structure / Closure	Representative Physical Manifestation	Structural Meaning
k^1	Isotropic organization	$2\pi / 360^\circ$ isotropic equilibrium	Space	Isotropic phase equilibrium; relational space; coherent existence
k^2	Radial recursive organization	$2\pi / 360^\circ$ directional gradient	Light / Propagation	Radial phase gradient; recursive propagation
k^3	Organized noncommutative closure	$4\pi / 720^\circ$ quaternionic closure	Mass / Spin	Phase-equilibrium condensation; individuality; orientational closure
k^4	Complete noncommutative MI closure	$6\pi / 1080^\circ$ proposed MI closure	Extreme Closure / Core Regime	Complete MI closure; $\sqrt{3}$ radial contraction
k^1 – k^4	Integrated organization	Integrated phase-closure manifold	Cosmos	General CQSO manifold

279 The hierarchy can therefore be expressed compactly as

280 **k¹: Equilibrium → Space**

281 **k²: Propagation → Light**

282 **k³: Individuality → Mass / Spin**

283 **k⁴: Complete Closure → Extreme closure regime**

284 and

285 **k¹–k⁴: Integrated Organization → Cosmos. (52)**

286 Importantly, Eq. (52) should not be read as a temporal sequence.

287 The hierarchy represents different organizational orders of the same CQSO–MI manifold.

288

289 **10. Discussion**

290 The proposed interpretation changes the explanatory order of physical space.

291 Rather than

292 Space

293 → object

294 → motion

295 → rotation

296 → spin,

297 COD proposes

298 MI-preserving CQSO oscillation

299 → Dimensional Primitive

300 → spatial organization

301 → directional phase structure

302 → noncommutative closure

303 → physical individuality. (53)

304 This leads to four distinct organizational regimes.

305 First, isotropic DP organization establishes relational space.

306 Second, a persistent radial phase gradient transforms this isotropic relation into a propagative
307 structure identified with light.

308 Third, sequential noncommutative organization produces phase condensation, individuality,
309 and 4π spin closure.

310 Fourth, a further MI condition is proposed to generate a complete closure regime, represented
311 geometrically by the contraction

312 $r_s = r_0/\sqrt{3}. \quad (54)$

313 Thus the same underlying CQSO does not merely move through different pre-existing
314 physical environments. Rather, different physical structures emerge according to how its MI-
315 preserving directional freedoms are organized and closed.

316 The central distinction is therefore:

317 **Isotropic organization $\rightarrow$ Space**

318 **Radial recursive organization $\rightarrow$ Light**

319 **Organized noncommutative closure $\rightarrow$ Mass / Spin**

320 **Complete MI closure $\rightarrow$ Extreme closure**

321 **Integrated k^1 – k^4 organization $\rightarrow$ Cosmos.**

322

323 **11. Conclusion**

324 This study has proposed a unified interpretation of the spatial k^1 – k^4 hierarchy of the Complex
325 Quaternionic Spherical Oscillator based on time-independent phase equilibrium,
326 Multiplicative Invariance, and Dimensional Primitive organization.

327 The fundamental physical entity is represented as

328 $Q_C = Z_0 + Z_1i + Z_2j + Z_3k,$

329 $Z_a = A_a e^{(I\Phi_a)},$

330 and its fundamental motion as

331 **MI-preserving oscillation.**

332 From this common basis, four organizational regimes are distinguished.

333 k^1 represents an isotropic phase-equilibrium CQSO and provides the relational basis of space
334 and coherent physical existence.

335 k^2 introduces an intrinsic radial phase gradient and recursive phase alignment, providing a
336 structural interpretation of light and propagation.

337 k^3 introduces sequential noncommutative organization, phase condensation, physical
338 individuality, and quaternionic 4π closure, connecting mass and spin within a common phase-
339 geometric structure.

340 k^4 represents the proposed complete MI-closure regime. Its $\sqrt{3}$ phase-field relation is

341 $r_0 = \sqrt{3} r_s,$

342 $r_s = r_0/\sqrt{3},$

343 and, when r_s is identified with the Schwarzschild scale,

344 $r_s = 2GM/c^2,$

345 $r_0 = 2\sqrt{3} GM/c^2.$

346 The complete COD spatial hierarchy is therefore

347 **k^1 — Isotropic equilibrium — Space — 2π**

348 **k^2 — Radial phase gradient — Light — 2π**

349 **k^3 — Noncommutative condensation — Mass / Spin — 4π**

350 **k^4 — Complete MI closure — Extreme closure — proposed 6π**

351 and

352 **k^1 – k^4 Integrated Organization = General CQSO Manifold of the Cosmos.**

353 Accordingly, space, light, mass, spin, and extreme closure are interpreted not as
354 fundamentally disconnected categories but as distinct organizational regimes of a common
355 MI-preserving CQSO phase geometry.

356 The most compact statement of the proposed spatial interpretation is therefore:

357 Space is the isotropic relational organization of CQSO phase freedom; light is its radial
358 recursive organization; mass and spin are its noncommutative self-organization and closure;
359 and k^4 represents its proposed complete MI closure. The Cosmos is the integrated manifold of
360 these k^1 – k^4 organizational regimes.

361

COD k^1 – k^4 CQSO 의 공간 구조 해석

복소 쿼터니언 구형 진동자의 MI 기반 공간기하와 스핀 계층구조

초록

본 연구는 Complex Oscillator Dynamics(COD)의 관점에서 복소 쿼터니언 구형 진동자(Complex Quaternionic Spherical Oscillator, CQSO)의 k^1 – k^4 계층구조에 대한 통합적 공간 해석을 제안한다. 본 연구는 물리적 운동을 외부 시간축에 따른 위치변화보다 승산불변(Multiplicative Invariance, MI)을 보존하는 진동으로 해석하는 시간독립 위상평형 관점에서 출발한다. 이에 따라 공간은 물리적 존재와 독립적으로 선재하는 빈 용기가 아니라, CQSO 의 MI 보존 진동이 Dimensional Primitive(DP)를 등방적으로 조직함으로써 구현되는 방향적·관계적 구조로 제안된다.

이 체계에서 k^1 – k^4 는 서로 다른 물리적 실체가 아니라 동일한 CQSO 위상기하가 나타내는 서로 다른 조직 및 폐합 양태를 의미한다. k^1 은 자기정합적 CQSO 의 등방 위상평형 구조로서 관계적 공간과 장기적으로 정합성을 유지하는 존재 단위를 형성한다. k^2 는 고유한 방사형 위상경사와 재귀적 방향정렬을 형성하며, 빛을 독립적인 이동물체가 아닌 전파적 위상모드로 간결하게 해석하는 구조를 제공한다. k^3 는 비가환적 위상응집과 쿼터니언 4π 폐합을 나타내며, 이를 통해 질량의 개체성과 그 내재적 스핀구조가 형성된다. k^4 는 CQSO 의 고차적 완전 MI 폐합상태로 제안되며, 극단적 위상장 폐합과 연결된다.

k^4 구조는 또한 다음의 $\sqrt{3}$ 위상기하와 연결된다.

$$r_o = \sqrt{3} \, r_s$$

$$r_s = r_o / \sqrt{3}$$

385 여기서 r_0 는 k^3 의 위상반경이고, r_s 는 더욱 압축된 폐합반경을 나타낸다. 본
386 해석에서 $\sqrt{3}$ 변환은 3 방향 쿼터니언 위상조직으로부터 더욱 강하게 폐합된
387 방사형 상태로의 전이를 나타낸다.

388 그 결과 전체 계층은 다음과 같이 정리된다.

389 k^1 : 등방 평형 $\rightarrow$ 공간

390 k^2 : 방사형 위상경사 $\rightarrow$ 빛 / 전파

391 k^3 : 비가환 위상응집 $\rightarrow$ 질량 / 스핀

392 k^4 : 완전 MI 폐합 $\rightarrow$ 극단적 폐합영역

393 그리고

394 k^1 - k^4 통합조직 $\rightarrow$ 우주(Cosmos)

395 가 된다.

396 본 연구의 중심 명제는 공간, 빛, 질량, 스핀 및 극단적 폐합을 근본적으로 서로
397 무관한 물리적 범주로 도입할 필요 없이, 동일한 시간독립적 MI 보존 CQSO
398 기하가 나타내는 서로 다른 조직양태로 해석할 수 있다는 것이다.

399

400 1. 서론

401 기존 물리학의 기술은 일반적으로 공간 다양체를 먼저 가정한 뒤, 그 공간
402 안에서 입자, 장, 복사 및 회전자유도를 기술한다.

403 COD는 이러한 설명의 순서를 반대로 설정한다.

404 근본적인 물리적 존재는 복소 쿼터니언 구형 진동자(CQSO)로 제안된다.

405 $Q_C = Z_0 + Z_1i + Z_2j + Z_3k$ (1)

406 여기서

407 $Z_a = A_a e^{i(\Phi_a)} \in \mathbb{C} \quad (2)$

408 이다.

409 쿼터니언 기저는

410 $i^2 = j^2 = k^2 = -1 \quad (3)$

411 $ij = k, jk = i, ki = j$

412 $ji = -k, kj = -i, ik = -j \quad (4)$

413 를 만족한다.

414 따라서 물리적 상태는 단순히 공간의 한 점에 존재하는 진폭이 아니다. 그것은
415 진폭, 위상, 방향 자유도 및 비가환적 방향관계를 동시에 포함한다.

416 시간독립적 기본조건은 승산불변(MI) 아래의 위상평형으로 표현된다.

417 $R_{MI}[Q_C] = 0 \quad (5)$

418 다중 진동자 구조에서는 대표적인 위상평형 조건을

419 $\sum_j K_{ij} \sin(\Phi_j - \Phi_i) = 0 \quad (6)$

420 으로 나타낼 수 있다.

421 따라서 근본적인 운동은 다음과 같이 표현된다.

422 운동 = MI 보존 진동 (7)

423 본 연구는 동일한 CQSO가 서로 다른 위상기하적 조직수준을 형성할 때 어떠한
424 공간구조가 나타나는가를 고찰한다.

425 그 제안된 답이 바로 k^1-k^4 계층구조이다.

426

2. COD 의 공간 정의

COD 는 공간을 독립적으로 존재하는 빈 용기로 먼저 가정하지 않는다.

대신 다음과 같이 정의한다.

공간은 CQSO 와 독립적으로 선재하는 빈 용기가 아니라, CQSO 의 MI 보존
진동이 등방적 Dimensional Primitive 를 형성함으로써 구현되는 방향적·관계적
구조로 제안된다.

따라서

$\text{Space} \neq$ 선재하는 빈 용기 (8)

이다.

대신,

$\text{Space} = \text{MI 보존 DP 의 등방적 관계조직}$ (9)

으로 정의된다.

세 개의 정규화된 방향 primitive 를

$\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3$

라 하면,

$\|\hat{e}_1\| = \|\hat{e}_2\| = \|\hat{e}_3\| = 1$ (10)

이고, 이를 쿼터니언적으로

$\hat{e}_1 \leftrightarrow i$

$\hat{e}_2 \leftrightarrow j$

$\hat{e}_3 \leftrightarrow k$ (11)

447 로 나타낼 수 있다.

448 이들의 등방적 합성은

449 $\|i + j + k\| = \sqrt{3}$ (12)

450 을 만족한다.

451 따라서 3 차원 공간구조는 CQSO 의 위상평형에 의해 생성되고 유지되는 방향

452 자유도들의 등방적 관계조직으로 해석된다.

453 전체 계층의 공통적인 생성기반은 다음과 같다.

454 CQSO MI 보존 진동

455 → Dimensional Primitive

456 → 방향조직

457 → 공간구조 (13)

458 따라서 k^1 - k^4 의 차이는 네 개의 독립된 공간이 존재한다는 의미가 아니라, 동일한

459 CQSO 기하가 갖는 조직 및 폐합차수의 차이이다.

460

461 3. k^1 — 등방 평형 CQSO

462 3.1 등방 위상조직

463 k^1 모드는 CQSO 의 가장 기본적인 공간조직을 나타낸다.

464 이 상태에서는 지속적인 특정 방향의 위상경사가 선택되지 않으며, 가능한 방향

465 primitive 들은 등방적인 위상평형 관계를 유지한다.

466 $DP_1 \oplus DP_2 \oplus DP_3 \rightarrow \text{isotropic closure}$ (14)

467 그 기본적인 폐합은

468 $k^1: 2\pi = 360^\circ$ (15)

469 로 표현된다.

470 여기서 2π 는 강체가 기계적으로 한 바퀴 회전한다는 의미가 아니라 등방적으로
471 조직된 위상관계의 하나의 완전한 주기를 의미한다.

472 따라서,

473 $k^1 =$ 등방 위상평형 진동구조

474 이다.

475

476 3.2 장기적 자기정합 존재 단위

477 MI 와 위상평형을 만족하는 CQSO 는 내부 진동이 존재하더라도 그 관계적
478 동일성을 지속적으로 유지할 수 있다.

479 따라서,

480 평형 $\neq$ 진동의 부재 (16)

481 이다.

482 오히려,

483 평형 = 자기정합적 진동 폐합 (17)

484 으로 정의된다.

485 이는 장기적으로 정합성을 유지하는 존재 단위(long-term coherent existence unit)의
486 물리적 기반을 제공한다.

487 그 지속성은 정적인 부동상태가 아니라 불변 위상관계의 보존으로 정의된다.

488 $I_{MI'} = I_{MI}$ (18)

489 따라서 k^1 CQSO 는 공간조직을 구성할 수 있는 최소의 자기정합적 관계단위로
490 해석될 수 있다.

491 이를 압축하면,

492 $k^1 \rightarrow$ 등방 평형 $\rightarrow$ 자기정합적 존재 $\rightarrow$ 공간

493 이다.

494

495 4. k^2 — 방사형 위상경사 CQSO 와 빛의 496 본질

497 k^2 모드는 k^1 의 등방적 구조가 국소적으로 우선적인 위상관계를 획득할 때
498 형성된다.

499 복소파동 상태를

500 $\Psi = Ae^{i\Phi}$ (19)

501 로 나타내자.

502 국소적인 복소상태 변조가 발생하면

503 $\Psi \rightarrow \Psi' = A'e^{i\Phi'}$ (20)

504 가 되고, 비균일한 위상관계는

505 $\nabla\Phi \neq 0$ (21)

506 인 위상경사를 형성한다.

507 이 위상경사는 원래 등방적인 DP 가운데 특정 방향에 우선성을 부여한다.

508 MI 조건 아래에서,

509 $MI + \nabla\Phi \rightarrow DP_{\text{radial}}$ (22)

510 이 된다.

511 그리고 선택된 관계는 인접 CQSO 상태들 사이에서 재귀적으로 정렬될 수 있다.

512 $CQSO_n \rightarrow CQSO_{n+1} \rightarrow CQSO_{n+2} \rightarrow \cdots$ (23)

513 이 과정에서 각각의 국소 진동자 자체가 전파경로 전체를 이동할 필요는 없다.

514 따라서 k^2 는

515 **$k^2 =$ 방사형 재귀 위상경사 조직**

516 으로 정의된다.

517 그 기본 위상주기는 여전히

518 $k^2: 2\pi = 360^\circ$ (24)

519 하지만 k^1 과는 물리적 의미가 다르다.

520 $k^1 \rightarrow$ 등방 위상평형

521 $k^2 \rightarrow$ 방향적 위상경사

522 이다.

523 이에 따라 빛의 본질을 다음과 같이 간결하게 제안할 수 있다.

524 빛은 MI 제약을 받는 방향적 위상경사를 따라 국소 CQSO 상태가 재귀적으로

525 방사형 위상정렬을 이루는 구조이다.

526 즉,

527 **방사형 재귀 DP 조직 $\rightarrow$ 빛 / 전파** (25)

528 이다.

529 이 해석에서 빛은 독립적인 빈 공간을 통과하는 물체라기보다, 공간관계를
530 구성하는 동일한 CQSO network 가 나타내는 전파적 조직모드이다.

531

532 5. k^3 — 위상평형 응집 CQSO

533 k^3 에서는 질적인 변화가 발생한다.

534 방향 primitive 들이 단순히 등방적으로 평형을 이루거나 방사형으로 전파되는
535 것을 넘어 순차적으로 조직된다.

536 쿼터니언 곱셈에서

537 $ij = k$

538 $ji = -k$ (26)

539 이므로,

540 $ij \neq ji$ (27)

541 이다.

542 따라서 순차적인 방향조직은 방향성의 순서 자체를 물리적으로 구별한다.

543 방향

544 → 순차적 방향

545 → 비가환성

546 → orientation

547 → handedness (28)

548 정규화된 쿼터니언 상태는

549 $q(\theta) = \cos(\theta/2) + n \sin(\theta/2)$ (29)

550 로 나타낼 수 있고,

551 $\mathbf{n}^2 = -1$

552 $\|\mathbf{n}\| = 1$ (30)

553 이다.

554 그러면

555 $q(0) = q_0$

556 $q(2\pi) = -q_0$

557 $q(4\pi) = q_0$ (31)

558 이고,

559 $q(\theta + 2\pi) = -q(\theta)$

560 $q(\theta + 4\pi) = q(\theta)$ (32)

561 가 된다.

562 즉 첫 번째 2π 진행에서는 반대극 상태에 도달하며, 완전한 쿼터니언 상태의
563 동일성은

564 $4\pi = 720^\circ$ (33)

565 에서 회복된다.

566 따라서,

567 **$\mathbf{k}^3 =$ 조직된 비가환 위상응집 및 4π 폐합**

568 으로 정의된다.

569 여기에서 서로 밀접하게 연결된 두 물리적 발현을 구별할 수 있다.

570 **질량(Mass) = 위상평형 응집에 의해 형성된 물리적 개체성**

571 스핀(Spin) = 그 비가환 응집체가 갖는 내재적 방향 폐합특성

572 따라서,

573 $\mathbf{k}^3 \rightarrow$ 비가환 위상응집 $\rightarrow$ 질량 / 스핀

574 이다.

575 이 해석에서 질량과 스핀은 서로 무관하게 부가된 두 속성이 아니다. 질량은
576 자기폐합된 위상응집체를 나타내고, 스핀은 그 응집구조가 갖는 비가환적 방향
577 폐합성을 나타낸다.

578

579 6. $\mathbf{k}^4$ — CQSO 의 완전 MI 폐합

580 $\mathbf{k}^4$ 모드는 CQSO 의 고차적 폐합상태를 나타낸다.

581 $\mathbf{k}^3$ 가 자기정합적인 비가환 개체성을 형성한다면, $\mathbf{k}^4$ 는 위상구조가 완전한 MI
582 폐합조건에 접근하는 상태를 나타낸다.

583 $R_{\text{MI}} \rightarrow 0$ (34)

584 $\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$ (35)

585 $I_{\text{MI}} = \text{invariant}$ (36)

586 따라서,

587 $\mathbf{k}^4 =$ 완전 비가환 MI 폐합

588 으로 정의한다.

589 COD 에서 제안하는 폐합계층에서는 이 상태를

590 $\mathbf{k}^4: 6\pi = 1080^\circ$ (37)

591 로 설정한다.

592 여기서 6π 구조는 표준적인 쿼터니언의 4π 동일성과 구별되어야 한다. 식 (37)은
593 식 (32)만으로 도출되는 것이 아니라, 통상적인 단위 쿼터니언 주기성을 넘어서는
594 고차 CQSO-MI 폐합조건으로 제안되는 것이다.

595 따라서 두 구조를 구별하면,

596 $4\pi \rightarrow$ 쿼터니언 방향 자기폐합

597 $6\pi \rightarrow$ 제안된 완전 CQSO-MI 폐합 (38)

598 이 된다.

599

600 7. $\sqrt{3}$ 위상장 압축과 k^3-k^4 관계

601 k^3 위상평형 응집체에서 k^4 완전폐합 영역으로의 구조적 관계는 세 방향 쿼터니언
602 성분이 갖는 $\sqrt{3}$ 기하를 통해 표현할 수 있다.

603 등방적인 3 축 조직에서

604 $\|i + j + k\| = \sqrt{3} \quad (39)$

605 이다.

606 k^3 CQSO 응집체의 특성 위상반경을 r_0 , k^4 영역의 더욱 압축된 폐합반경을
607 r_s 라고 하면 다음 관계를 제안한다.

608 $r_0 = \sqrt{3} r_s \quad (40)$

609 동일하게,

610 $r_s = r_0/\sqrt{3} \quad (41)$

611 이다.

612 따라서 압축비는

613 $r_s/r_0 = 1/\sqrt{3}$ (42)

614 가 된다.

615 식 (40)은 3 방향으로 조직된 쿼터니언 위상반경과 더욱 완전히 폐합된 방사형
616 표현 사이의 기하학적 관계로 해석할 수 있다.

617 따라서 $k^3 \rightarrow k^4$ 구조전이는

618 $k^3: r_0$

619 $\rightarrow \sqrt{3}$ 위상장 압축

620 $\rightarrow k^4: r_s = r_0/\sqrt{3}$ (43)

621 으로 나타낼 수 있다.

622 폐합반경 r_s 를 Schwarzschild scale 과 동일시하면,

623 $r_s = 2GM/c^2$ (44)

624 이고,

625 $r_0 = \sqrt{3}(2GM/c^2)$

626 $= 2\sqrt{3} GM/c^2$ (45)

627 가 된다.

628 역으로,

629 $r_s = (1/\sqrt{3})r_0$ (46)

630 이다.

631 본 연구에서 $\sqrt{3}$ 인자는 임의적인 수치 보정값으로 해석되지 않는다. 그것은

632 $\|i + j + k\| = \sqrt{3}$

633 이라는 3 방향 쿼터니언 기하에서 발생하며, 따라서 k^3 의 3 방향 위상응집과 k^4 의
634 더욱 강하게 방사형 폐합된 영역을 연결하는 기하학적 다리로 제안된다.

635

636 8. 우주 일반 CQSO 구조의 국소적 637 표본으로서 블랙홀 장

638 k^4 영역은 주변 장과 분리된 독립적인 물체로 해석되어서는 안 된다.

639 우주의 일반적 CQSO 구조는

640 $k^1 \rightleftharpoons k^2 \rightleftharpoons k^3 \rightleftharpoons k^4$ (47)

641 의 통합된 계층을 갖는다.

642 따라서 국소 블랙홀 구조는 이러한 일반적 조직이 강하게 폐합된 하나의
643 구현으로 해석할 수 있다.

644 즉,

645 Local Black-Hole Field

646 = 국소적으로 조직된 k^1 - k^4 통합 CQSO 다양체 (48)

647 이고,

648 Black-Hole Core

649 = 완전 MI 폐합이 지배적으로 나타나는 영역 (49)

650 이다.

651 따라서,

652 $\text{Core} \neq$ 장으로부터 분리된 독립 실체 (50)

653 이다.

654 오히려,

655 Core + 연결된 국소 Field

656 → 하나의 자기정합적 CQSO 폐합구조 (51)

657 로 이해된다.

658 따라서 블랙홀 Core 와 이에 연속적으로 연결된 국소 블랙홀 장은 우주 공간의

659 일반적인 CQSO 조직구조가 국소적으로 강하게 수렴·폐합하여 나타나는 표본적

660 구조로 해석할 수 있다.

661 _____

662 **9. 일반적인 k^1 – k^4 공간 계층구조**

663 전체 구조는 다음과 같이 통합된다.

Mode	MI-DP 조직	위상구조 / 폐합	대표적 물리적 발현	구조적 의미
k^1	Isotropic organization	$2\pi / 360^\circ$ 등방 평형	Space	등방 위상평형·관계공간·자기정합적 존재
k^2	Radial recursive organization	$2\pi / 360^\circ$ 방향경사	Light / Propagation	방사형 위상경사·재귀적 전파
k^3	Organized noncommutative closure	$4\pi / 720^\circ$ 쿼터니언 폐합	Mass / Spin	위상평형 응집·개체성·방향 폐합
k^4	Complete noncommutative MI closure	$6\pi / 1080^\circ$ 제안된 MI 폐합	Extreme Closure / Core Regime	완전 MI 폐합· $\sqrt{3}$ 방사형 압축

Mode	MI-DP 조직	위상구조 / 폐합	대표적 물리적 발현	구조적 의미
k^1-k^4	Integrated organization	통합 위상폐합 다양체	Cosmos	일반 CQSO 다양체

따라서 전체 계층은 간결하게 다음과 같이 표현할 수 있다.

k^1 : Equilibrium $\rightarrow$ Space

k^2 : Propagation $\rightarrow$ Light

k^3 : Individuality $\rightarrow$ Mass / Spin

k^4 : Complete Closure $\rightarrow$ Extreme Closure Regime

그리고

k^1-k^4 : Integrated Organization $\rightarrow$ Cosmos (52)

이다.

중요한 것은 식 (52)를 시간적 생성순서로 해석하지 않는 것이다.

k^1-k^4 는 동일한 CQSO-MI 다양체가 동시에 가질 수 있는 서로 다른 위상조직 차수(organizational orders)를 나타낸다.

10. 논의

본 연구가 제안하는 해석은 물리적 공간을 설명하는 순서를 전환한다.

기존의 일반적 설명구조가

Space

$\rightarrow$ Object

$\rightarrow$ Motion

682 → Rotation

683 → Spin

684 이라면, COD 에서는

685 MI 보존 CQSO 진동

686 → Dimensional Primitive

687 → 공간조직

688 → 방향적 위상구조

689 → 비가환적 폐합

690 → 물리적 개체성 (53)

691 으로 접근한다.

692 이 구조에서는 네 가지 조직양태가 구별된다.

693 첫째, 등방적 DP 조직은 관계적 공간을 형성한다.

694 둘째, 지속적인 방사형 위상경사는 이 등방적 관계를 빛으로 대표되는

695 전파구조로 조직한다.

696 셋째, 순차적인 비가환 조직은 위상응집, 물리적 개체성 및 4π 스핀 폐합을

697 형성한다.

698 넷째, 추가적인 MI 조건은

699 $r_s = r_0/\sqrt{3}$ (54)

700 으로 표현되는 완전 폐합영역을 형성하는 것으로 제안된다.

701 따라서 동일한 CQSO 는 이미 존재하는 서로 다른 물리적 환경을 단순히

702 통과하는 존재로 해석되지 않는다. 오히려 그 MI 보존 방향 자유도가 어떻게

703 조직되고 폐합되는가에 따라 서로 다른 물리구조가 나타난다.

704 그 핵심적인 구별은 다음과 같다.

705 **Isotropic Organization → Space**

706 **Radial Recursive Organization → Light**
 707 **Organized Noncommutative Closure → Mass / Spin**
 708 **Complete MI Closure → Extreme Closure**
 709 **Integrated k^1 – k^4 Organization → Cosmos**
 710 이다.

711

712 **11. 결론**

713 본 연구는 시간독립 위상평형, 승산불변(MI), Dimensional Primitive 조직을
 714 기반으로 복소 쿼터니언 구형 진동자의 k^1 – k^4 공간 계층구조에 대한 통합적
 715 해석을 제안하였다.

716 근본적인 물리적 존재는

$$717 \mathcal{Q}_C = Z_0 + Z_1 i + Z_2 j + Z_3 k$$

$$718 Z_a = A_a e^{i(I\Phi_a)}$$

719 로 표현되며, 그 근본 운동은

720 **MI 보존 진동**

721 으로 정의된다.

722 이 공통 기반으로부터 네 가지 조직양태를 구별하였다.

723 k^1 은 등방 위상평형 CQSO 를 나타내며, 관계적 공간과 장기적으로 자기정합성을
 724 유지하는 물리적 존재 단위의 기반을 제공한다.

725 k^2 는 고유한 방사형 위상경사와 재귀적 위상정렬을 도입하며, 이를 통해 빛과
 726 전파를 하나의 구조적 위상모드로 해석한다.

727 $\mathbf{k}^3$ 는 순차적 비가환 조직, 위상응집, 물리적 개체성 및 쿼터니언 4π 폐합을
 728 도입함으로써 질량과 스핀을 하나의 공통 위상기하 구조 안에서 연결한다.

 729 $\mathbf{k}^4$ 는 제안된 완전 MI 폐합영역을 나타낸다. 그 $\sqrt{3}$ 위상장 관계는
 730 $r_o = \sqrt{3} r_s$
 731 $r_s = r_o / \sqrt{3}$
 732이며, r_s 를 Schwarzschild scale 과 동일시하면,
 733 $r_s = 2GM/c^2$
 734 $r_o = 2\sqrt{3} GM/c^2$
 735가 된다.

 736따라서 COD의 전체 공간 계층은

 737 $\mathbf{k}^1$ — 등방 평형 — Space — 2π
 738 $\mathbf{k}^2$ — 방사형 위상경사 — Light — 2π
 739 $\mathbf{k}^3$ — 비가환 위상응집 — Mass / Spin — 4π
 740 $\mathbf{k}^4$ — 완전 MI 폐합 — Extreme Closure — 제안된 6π
 741그리고
 742 $\mathbf{k}^1$ – $\mathbf{k}^4$ Integrated Organization = Cosmos의 일반 CQSO 다양체
 743로 정리된다.

 744따라서 공간, 빛, 질량, 스핀 및 극단적 폐합은 서로 근본적으로 분리된 물리적
 745범주가 아니라, 동일한 MI 보존 CQSO 위상기하가 나타내는 서로 다른
 746조직양태로 해석된다.

 747본 연구의 공간구조 해석을 가장 압축적으로 표현하면 다음과 같다.

748 공간은 CQSO 위상 자유도의 등방적 관계조직이고, 빛은 그 방사형
749 재귀조직이며, 질량과 스핀은 그 비가환적 자기조직 및 폐합이고, k^4 는 그 완전
750 MI 폐합상태를 나타낸다. 우주(Cosmos)는 이러한 k^1 - k^4 조직양태가 통합된 CQSO
751 다양체이다.

752 여기서 4π 는 쿼터니언 구조로부터 직접 도출되는 폐합이고, 6π 는 현 단계에서
753 COD가 제안하는 고차 MI 폐합조건이라는 수학적 경계는 명확하게 유지한다.
754 따라서 후속 연구의 핵심은 $k^4 = 6\pi$ 를 $\sqrt{3}$ 위상장과 MI 폐합조건으로부터
755 독립적으로 도출하는 것이다.

756